GUÍA DE EJERCICIOS 9
MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Ideas clave

- Si una partícula se somete a una fuerza tipo ley de Hooke su dinámica estará dominada por la ecuación de movimiento:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

- La solución a dicha ecuación corresponde al movimiento armónico simple (MAS) descrito por:

$$x(t) = Asin(\omega t + \varphi_0).$$

- La frecuencia angular depende de la constante del resorte y de la masa

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- La amplitud A y ángulo de fase son determinados por las condiciones iniciales ($x(0)$ y $v_x(0)$).
- La energía cinética y potencial son cantidades que varían con el tiempo:

$$K = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\, sin^2(\omega t + \varphi_0)$$
$$U = \frac{1}{2}kA^2\, cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

- La energía total es constante $E = K + U = \frac{1}{2}kA^2$

Recuerda:

- Todos los resultados deben ser reportados en Sistema internacional
- Evalúa el orden de magnitud de tu resultado y justifica tu respuesta.
- En todos los ejercicios de cinemática incluye el gráfico que corresponda.

Preguntas conceptuales

1. Si un resorte uniforme se corta a la mitad, ¿qué constante de fuerza tendrá cada mitad? Justifique su respuesta. ¿Cómo diferiría la frecuencia del MAS usando la misma masa y medio resorte, en vez del resorte completo?

2. Usted une un objeto al extremo inferior de un resorte vertical que cuelga en reposo después de extender el resorte 18,3 cm. Luego pone el objeto a vibrar. ¿Tiene suficiente información para encontrar su periodo?

3. ¿Un diapasón u otro instrumento de afinación similar tiene MAS? ¿Por qué es algo esencial para los músicos?

Problemas

1. En un laboratorio de física, se conecta un deslizador de riel de aire de 0,2 kg al extremo de un resorte ideal de masa despreciable y se pone a oscilar. El tiempo transcurrido entre la primera vez que el deslizador pasa por la posición de equilibrio y la segunda vez que pasa por este punto es de 2,6 s. Determine la constante de fuerza del resorte.

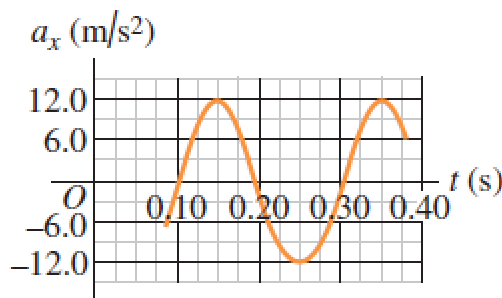
2. En un motor, un pistón oscila con movimiento armónico simple de modo que su posición varía de acuerdo con la expresión

$$x(t) = 5\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$

donde x está en centímetros y t en segundos. En t =0 s, encuentre a) la posición de la partícula, b) su velocidad y c) su aceleración. d) Encuentre el periodo y amplitud del movimiento.

3. Un objeto está en MAS con periodo de 0,3 s y una amplitud de 6 cm. En t = 0 s, el objeto está instantáneamente en reposo en x=6 cm. Calcule el tiempo que el objeto tarda en ir de x= 6 cm a x=-1,5 cm.

4. Sobre una pista de aire horizontal sin fricción, un deslizador oscila en el extremo de un resorte ideal, cuya constante de fuerza es 2,5 N/cm. En la figura la gráfica muestra la aceleración del deslizador en función del tiempo. Calcule *a*) la masa del deslizador; *b*) el desplazamiento máximo del deslizador desde el punto de equilibrio; *c*) la fuerza máxima que el resorte ejerce sobre el deslizador.



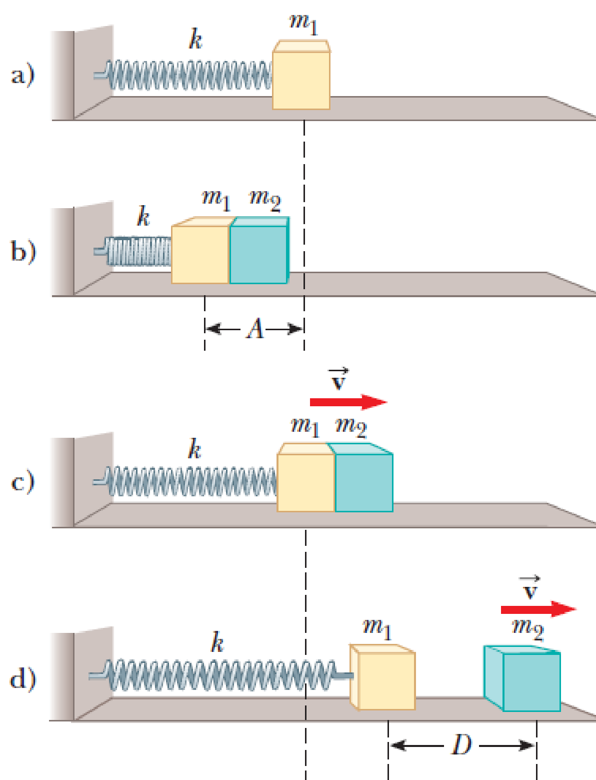
5. Un objeto de 50 g, conectado a un resorte con una constante de fuerza de 35 N/m, oscila sobre una superficie horizontal sin fricción con una amplitud de 4 cm. Encuentre a) la energía total del sistema y b) la rapidez del objeto cuando la posición es de 1 cm. Encuentre c) la energía cinética y d) la energía potencial cuando la posición es de 3 cm.

6. Un carro unido a un resorte con constante de 3,24 N/m vibra de tal modo que su posición se conoce por la función x =(5 cm) cos (3,6t rad/s). a) Durante el primer ciclo, para 0<t <1,75 s, ¿a qué valor de t cambia más rápidamente la energía potencial del sistema en energía cinética? b) ¿Cuál es la rapidez máxima de transformación de energía?

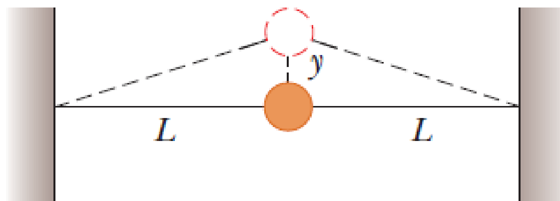
7. Una saltadora de *bungee* de 65 kg salta de un puente con una cuerda ligera amarrada a ella y al puente (figura). La longitud no estirada de la cuerda es de 11 m. La saltadora alcanza el fondo de su movimiento 36 m abajo del puente antes de rebotar de regreso. Su movimiento se puede separar en una caída libre de 11 m y una sección de 25 m de oscilación armónica simple. a) ¿Durante que intervalo de tiempo está en caída libre? b) Use el principio de conservación de la energía para hallar la constante de resorte de la cuerda *bungee*. c) ¿Cuál es la ubicación del punto de equilibrio donde la fuerza del resorte equilibra la fuerza gravitacional ejercida sobre la saltadora? Este punto se considera como el origen de la descripción matemática de la oscilación armónica simple. d) ¿Cuál es la frecuencia angular de la oscilación? e) ¿Qué intervalo de tiempo se requiere para que la cuerda se estire 25 m? f) ¿Cuál es el intervalo de tiempo total para todo el salto de 36 m?


Telegraph Colour Library/FPG International

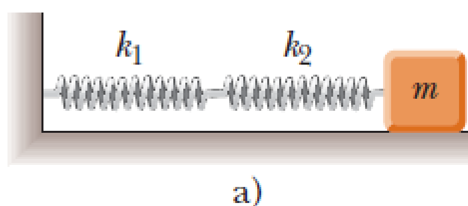
8. Un objeto de masa m_1 = 9 kg está en equilibrio, conectado a un resorte ligero de constante k =100 N/m que está sujeto a una pared como se muestra en la figura (a). Un segundo objeto, m_2 = 7 kg, se empuja lentamente contra m_1, lo que comprime al resorte la cantidad A=0,2 m (figura (b)). Luego el sistema se libera y ambos objetos comienzan a moverse hacia la derecha sobre la superficie sin fricción. a) Cuando m_1 alcanza el punto de equilibrio, m_2 pierde contacto con m_1 (figura (c)) y se mueve hacia la derecha con rapidez v. Determine el valor de v. b) ¿Que tan separado están los objetos cuando el resorte se estira completamente por primera vez (D en la figura (d))? *Sugerencia:* Primero determine el periodo de oscilación y la amplitud del sistema m_1 - resorte, después de que m_2 pierde contacto con m_1.



9. Una bola de masa *m* se conecta a dos bandas de hule de longitud *L*, cada una bajo tensión *T*, como se muestra en la figura a la derecha. La bola se desplaza una pequeña distancia *y* perpendicular a la longitud de las bandas de hule. Si supone que la tensión no cambia, demuestre que a) la fuerza restauradora es $-(2T/L)y$ y b) el sistema muestra movimiento armónico simple con una frecuencia angular $\omega = \sqrt{2T/(mL)}$.

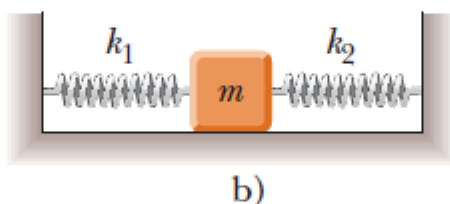


10. Un bloque de masa *m* se conecta a dos resortes con constantes de fuerza k_1 y k_2 en dos formas, como se muestra en las figuras abajo. En ambos casos el bloque se mueve sobre una mesa sin fricción después de desplazarse desde el equilibrio y liberarse. Demuestre que en los dos casos el bloque muestra movimiento armónico simple con periodos.



a)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$$



b)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

REFERENCIAS

Algunos ejercicios de esta guía fueron inspirados de los libros siguientes.

Serway, R. A., Jewett, J. W., & González, S. R. C. (2015). Física para ciencias e ingeniería. Vol. 1. Cengage Learning.

Young, H. D., & Freedman, R. A. (2007). Sears-Zemansky, física universitaria. Addison-Wesley